

Name:

Matrikelnr.:

Quelle unabh. Ereignisse:

$$H_m = \sum_{i=1}^N p(x_i) \log_{\frac{1}{p(x_i)}} - \text{Mittelwert/Entropie [bit/Z]}$$

$$H_0 = \log N - \text{Gleichverteilung/max. Entropie}$$

$p(x_i)$ - Wahrsch. eines Zeichens

Markowquelle 1. Ordnung:

$p(y|x)$ - Übergangswahrsch. von y unter Bed. x

$$p(y_j|x_i) = \frac{p(y_1|x_1) p(y_2|x_1)}{p(y_1|x_2) p(y_2|x_2)}$$

$$H_M = \sum_{i=1}^N \overline{p(x_i)} \sum_{j=1}^N p(x_j|x_i) \log_{\frac{1}{p(x_j|x_i)}} \text{ [bit/Z]}$$

$$(p_j^{(t+1)}) = (p_i^{(t)})(p(x_j|x_i))$$

$$\overline{p_1} = \overline{p_1}p(x_1|x_1) + \overline{p_2}p(x_1|x_2) + \dots + \overline{p_N}p(x_1|x_N),$$

$$\overline{p_2} = \overline{p_1}p(x_2|x_1) + \overline{p_2}p(x_2|x_2) + \dots + \overline{p_N}p(x_2|x_N), \dots$$

$$\overline{p_1} + \overline{p_2} + \dots + \overline{p_N} = 1$$

$\overline{p(x)}$ - stationärer Zustand

Verbundquelle:

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y|X) - \text{Verbundentropie}$$

$$H(Y|X) = \sum_i p(x_i) \sum_j p(y_j|x_i) \log_{\frac{1}{p(y_j|x_i)}} - \text{bedingte Entropie}$$

$$p(x_i, y_j) = p(x_i) \cdot p(y_j|x_i) - \text{Verbundwahrsch. der Folge xy}$$

erweiterte Quelle:

$$X^m = \{x_1^m, x_2^m, \dots, x_N^m\} \text{ mit } x_i^m = (x_{i1}x_{i2} \dots x_{in})$$

$$H(X^m) = m \cdot H(X)$$

$$l_m = \frac{L_m}{m}$$

$$R_k = l_m - H_m - \text{Koderedundanz}$$

$$H_T = H(X) - \underbrace{H(X|Y)}_{\text{Rückschlussentropie}} = H(Y) - \underbrace{H(Y|X)}_{\text{Störentropie}} =$$

$$H(X) + H(Y) - H(X, Y)$$

symmetrisch gestörter Binärkanal:

$$H(Y|X) = (1 - p_s) \log_{\frac{1}{1-p_s}} + p_s \log_{\frac{1}{p_s}}$$

einseitig gestörter BK:

$$\varepsilon = p_s, \delta = 0$$

$$\Rightarrow H(Y|X) = p(x_0)[(1 - p_s) \log_{\frac{1}{1-p_s}} + p_s \log_{\frac{1}{p_s}}]$$

gestörter BK mit Auslöschungszeichen:

$$p(1|0) =: p_s = \varepsilon, p(AZ|0) =: \delta$$

$$\Rightarrow H_T = (1 - \delta) + (1 - \delta) \log_{\frac{1}{1-\delta}} - \varepsilon \log_{\frac{1}{\varepsilon}} - (1 - \varepsilon - \delta) \log_{\frac{1}{1-\varepsilon-\delta}}$$

Übertragung:

I_Q - Quelleninformationsfluss

I_{KQ} - Quellenkodeinformationsfluss

I_{KK} - Kanalkodeinformationsfluss

$I_K = v_{\ddot{u}}$ - Kanalinformationsfluss = Übertragungsgeschw.

I_T - Transinformationsfluss

f_Q - Quellensymbolfrequenz [QZ/s]

v_s - Schrittgeschwindigkeit [KZ/s]

$$l \geq \frac{H_Q}{H_K} \text{ [KZ/QZ], gleichm. Kodierung: } l = \lceil \frac{H_0}{H_K} \rceil$$

$$n = l + \Delta l = l + \left(\frac{H_K}{H_T} - 1 \right) l + k$$

$$H_K = l d Z \text{ [bit/KZ]}$$

$$I_Q = f_Q \cdot H_Q$$

$$I_{KQ} = f_Q \cdot l \cdot H_K \text{ [bit/s]}$$

$$I_{KK} = f_Q \cdot n \cdot H_K \text{ [bit/s]}$$

$$I_K = v_{\ddot{u}} = v_s \cdot H_K \text{ [bit/s]}$$

$$I_T = v_s \cdot H_T \text{ [bit/s]}$$

ungesichert:

$$v_s = \frac{I_{KQ}}{H_K} = \frac{I_T}{H_T} = f_Q \cdot l$$

$$I_{K[\text{unges.}]} = I_{KQ} = f_Q \cdot l \cdot H_K$$

gesichert:

$$I_T = I_{KQ}$$

$$v_s = f_Q \cdot l \cdot \frac{H_K}{H_T} = \frac{I_{KQ}}{H_T} = \frac{I_{KK}}{H_K} = f_Q \cdot n$$

$$I_{K[\text{ges.}]} = I_{KK} = f_Q \left(l \cdot \frac{H_K}{H_T} \right) \cdot H_K = f_Q \cdot n \cdot H_K = v_s \cdot H_K$$

$$C = \max\{I_T\} = \max\{v_s \cdot H_T\} = v_{s_{\max}} \cdot H_{T_{\max}} = 2 \cdot B \cdot H_{T_{\max}}$$

$$v_{s_{\max}} = 2 \cdot B$$

$$B \geq \frac{v_s}{2}$$

$$f_A = f_Q = 2 \cdot f_G$$

$$t_{\ddot{u}} = \frac{H_Q \cdot \text{Anz. Kanalzeichen}}{C} \text{ [s]}$$

ADU:

r - Rauschabstand [dB]

$$l = \lceil \log_2 m \rceil \text{ [KZ/QZ]}$$

$$t_u \leq \frac{1}{2 \cdot f_g} - \text{Umsetzzeit [s]}$$

$$H_T \approx 0,166 \cdot r$$

$$C \approx 0,332 \cdot B \cdot r$$

$$\sigma^2 = \sum_i \left(p(x_i) \left(\log_{\frac{1}{p(x_i)}} \right) \right) - H_m^2 - \text{Streuung}$$

σ Standardabweichung

Kanalkodierung:

$R = \frac{1}{n}$ - Koderate

\mathbb{Z}_2 : $d(a_i, a_j) = \sum_{g=1}^n (u_{ig} \oplus u_{jg})$ - Hamming-Distanz

$w(a_i) = \sum_{j=1}^n u_{ij}$ - Hamming-Gewicht

$$f_e = d_{\min} - 1$$

$$f_k = \lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \rfloor$$

$$2^k \geq \sum_{i=0}^{f_k} \binom{l+k}{i} - \text{Hamming-Schranke}$$

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-i+1)}{i(i-1)(i-2)\dots 1}$$

$$G = IC, H = C^T I$$

$$s = H \cdot b^t = H \cdot e^t$$

$$a_i = a_i^* \cdot G$$

Zyklische Codes:

$$k_1 = \text{grad}(M(x))$$

$$n \leq 2^{k_1} - 1$$

$$k = \text{grad}(g(x))$$

$$d_{\min} = x - \mu + 2$$

zykl. Hamming-Kode: $g(x) = M(x) = m_1(x)$

Abramson-Kode: $g(x) = m_0(x) \cdot m_1(x)$

Multiplikationsverfahren: $a(x) = a^*(x) \cdot g(x)$

Divisionsverfahren: $a(x) = a^*(x) \cdot x^k + r(x), r(x) = (a^*(x) \cdot x^k) \text{ mod } g(x)$

$$\text{Generatormatrix: } G = \begin{pmatrix} g(x) \\ g(x) \cdot x \\ \dots \\ g(x) \cdot x^{n-1} \end{pmatrix}, a(x) = a^*(x) \cdot G$$

$$s(x) = b(x) \text{ mod } g(x) = e(x) \text{ mod } g(x)$$

Bündelfehler: $f_b \leq k$

$1 - 2^{-k}$ erkennbare Fehler

$$\sum_{i=0}^n 2^{-l_i} \leq 1 - \text{Kraftsche Ungleichung}$$